Analyse de la decision: TP2

Exercice 1:

Trois gangsters armés de revolvers. Al, Bob et Curly sont dans une pièce avec une valise d'argent. Ils ont respectivement 20%, 40% et 70% de chances de tuer leur cible. Chacun a une seule balle. Tout d'abord, Al tire en visant l'un des deux gangsters. Apres Al, Bob (s'il est toujours vivant), vise l'un des gangsters ayant survécu. Finalement, Curly (s'il est toujours vivant) vise l'un des des gangsters ayant survécu. Les survivants se partagent l'argent de manière égale. Modéliser ce jeu sous forme séquentielle. Trouvez un équilibre parfait en sous-jeux.

Exercice 2:

Deux firmes sont en concurrence pour le leadership sur le marché des logiciels informatiques. Le leader gagne et l'autre perd. Chaque firme peut investir $x \in [0.001, 1]$ unités pour la recherche et développement. Pour ce faire, la firme doit payer un coût de $\frac{x}{4}$. Si une firme i investit x unités et l'autre investit y unités, la firme i gagne avec probabilité $\frac{x}{x+y}$. Donc, le payoff de la firme i sera $\frac{x}{x+y} - \frac{x}{4}$. Tout ceci est connaissance commune entre les deux firmes.

Trouvez tous les équilibres de Nash en stratégies pures.

Exercice 3:

Considerez le jeu suivant d'offres alternées à la Rubinstein (le modèle de marchandage vu en classe) entre deux joueurs 1 et 2. Chacun a un facteur d'escompte δ_i, $i = 1, 2$. Il est possible que $\delta_i \neq \delta_j$. Initialement, ils ont un gâteau de taille égale à 2 à se partager. Le joueur 1 fait une offre le premier. Le joueur 2 peut accepter ou rejeter cette offre. Si il rejette cette offre, il fait lui-même une offre. Si le joueur 1 rejette cette offre, en troisieme période la taille du gâteau diminue à $x < 2$. (ceci est additionel a l'escompte deja effectué). A partir de ce point (donc à partir de la quatrième période), la taille du gateau reste à 1 (mais il y a toujours escompte du futur) et les deux joueurs alternent les offres jusqu'a qu'une offre soit acceptée.

Representez l'arbre de jeu et trouver l'unique equilibre parfait en sous-jeux comme fonction de x. Comment l'équilibre varie-t-il avec x?

Exercice 4:

Considérez le jeu de marchandage suivant. Deux agent doivent se diviser un euro. A la premiere période du jeu, le joueur 1 fait une offre que le joueur 2 accepte ou rejette. Si il accepte, le jeu s'arrête et l'offre est implementée. Si il rejette, le **joueur 1** refait une offre (cette offre peut être identique à la précédente) et le joueur 2 accepte ou rejette etc...le joueur 1 continue à faire des offres jusqu'à que le joueur 2 accepte ou que l'on atteigne la dixième période. Si aucune offre n'a été acceptée apres la dixième période, le jeu s'arrête et chacun reçoit 0. Les taux d'escompte des agents sont $\delta_1 = 0.01$ et $\delta_2 = 0.99$, respectivement. Trouver l'équilibre parfaits en sous-jeux de ce jeu.

Exercice 5:

Considerez la variante du jeu de "War of atttrition" vu en classe dans lequel chaque joueur ne value pas le temps passé à attendre que l'autre abandonne, mais l'objet pour lequel les deux se disputent perd de la valeur au fur et à mesure que le temps passe (pensez a un cornet de glace par exemple). Supposez que la valeur de l'objet pour chaque joueur i après t unités de temps est $v_i - t$ (et la valeur de la moitié de l'objet est $\frac{1}{2}(v_i - t)$). Modélisez cette situation comme un jeu en forme normale (espaces de stratégies etc...) et trouver les équilibres de Nash en stratégies pures de ce jeu à l'aide des correspondences de meilleure réponse.

Exercice 6:

Deux agents 1 et 2 se soucient non seulement de leur propre revenu mais également du revenu de l'autre agent. Les préférences de l'individu 1 et 2 sont representées comme suit:

$$\begin{aligned} u_1(x_1, x_2) &= x_1^{2/3} x_2^{1/3} \text{ et} \\ u_2(x_1, x_2) &= x_1^{1/3} x_2^{2/3} \end{aligned}$$

où x_i est le montant d'argent que l'agent i a en sa possession. L'agent 1 et 2 ont initialement un montant d'argent à leur disposition I_1 et I_2. Chaque agent i peut donner un cadeau (une somme d'argent) à l'agent j, de n'importe quel montant entre 0 et I_i. Modélisez cette situation comme un jeu en forme normale (spécifiez les espaces de stratégies etc...) et trouvez les équilibres de Nash en stratégies pures pour n'importe quelle valeurs de I_1 et I_2.